Eduard Dăncilă **Ioan Dăncilă**

DICȚIONAR
de noțiuni și metode
MATEMATICE

clasele III – VIII

art
educațional

Ce ne-am propus?

- Să răspundem nevoii de informare rapidă, corectă și permanentă a elevului de gimnaziu.
- Să încadrăm matematica în cultura necesară fiecăruia.
- Să dovedim utilitatea tuturor cunoștințelor de matematică din gimnaziu și să cultivăm ideea de învățare continuă.
- Să eliminăm precauțiile axiomatice exagerate în favoarea accesibilității noțiunilor.
- Să acoperim cu noțiuni și metode noua programă de matematică pentru gimnaziu, aprobată prin OM 3393/28.02.2017.

Ce am făcut?

- Am considerat matematica un limbaj universal de descriere a lumii prin numere și figuri geometrice, care permite tuturor celor ce îl folosesc să se înțeleagă.
- Am conceput acest dicționar ca un instrument de lucru în care elevul, și chiar părintele, să găsească fiecare noțiune necesară și utilă în matematica gimnaziului. Noțiunile-cheie, ordonate și explicate în ordine alfabetică, sunt marcate prin caractere îngroșate. Noțiunile importante, explicate sub titlul unei noțiuni-cheie, sunt marcate prin litere colorate.
- Am realizat în premieră un dicționar care inventariază metodele de rezolvare a problemelor de matematică pentru gimnaziu.
- Am susținut fiecare definiție cu exemple, comentarii, desene care permit clarificarea și fixarea noțiunilor. Astfel, noțiunea care este definită în partea stângă a paginii este clarificată prin exemplele oferite în partea dreaptă a paginii.
- Am explicat unele noțiuni care fac legătura cu matematica ce se studiază în liceu, cât și unele noțiuni care nu sunt prevăzute în programă, dar pe care le considerăm importante.
- Am conceput explicațiile în așa fel încât să răspundă în permanență unei întrebări firești vârstei: La ce-mi folosește?
- Am alcătuit un index clar și complet, ușor utilizabil. Acesta este plasat la sfârșitul dicționarului și conține toate noțiunile, ordonate alfabetic, cu precizarea paginii la care se regăsesc în dicționar.

Autorii

Simboluri utilizate în dicționar

Vezi: Plasat la sfârșitul unei explicații, acest logo face trimitere la alte noțiuni (cheie sau importante) explicate în dicționar, ce au legătură cu subiectul tratat mai sus.

Exemplu:
Factor prim al unui număr natural (*întreg*) = fiecare dintre numerele prime cu care se divide numărul natural (întreg).
Vezi: descompunerea unui număr.

Acest logo însoțește observații, comentarii privitoare la subiectul tratat.

Exemplu:
A factoriza = a descompune în factori; a transforma o expresie algebrică într-un produs.
Se caută întotdeauna cea mai avantajoasă descompunere în factori.

M Această literă plasată în stânga unui text indică o zonă în care sunt enunțate metodele legate de dovedirea unei proprietăți, a unei particularități, excepții ce au legătură cu noțiunea explicată.

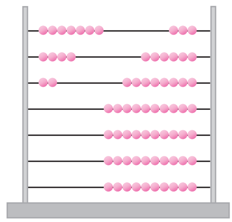
Exemplu:
echilateral
Triunghi echilateral = triunghi cu toate laturile congruente.
. . . .
Pentru a dovedi că un triunghi este *echilateral* este suficient să demonstrăm că:
M
– este isoscel, cu măsura unui unghi de 60° *sau*
– are două unghiuri de 60° *sau*
– toate înălțimile sunt congruente *sau*
. . . .

abac

Instrument pentru calcule aritmetice simple, utilizat sub diverse forme până în zilele noastre

Cel mai cunoscut abac este alcătuit dintr-un cadru cu vergele pe care se pot deplasa bile (discuri) colorate.

Termenul de abac(ă) este folosit și pentru a desemna grafice care servesc la efectuarea unor calcule.



Pe abac este reprezentat numărul 247.

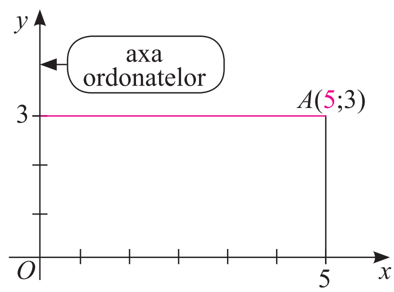
abscisă

Una dintre coordonatele carteziene

Servește la stabilirea poziției unui punct în plan sau în spațiu.

În geometria plană, reprezintă distanța la care se află punctul față de axa ordonatelor.

Vezi: coordonate, reper.



Punctul A are coordonatele 5 și 3, *abscisa* este 5.

absolut

Adevăr absolut = adevăr care nu poate fi dezmințit.

Este un adevăr *absolut* faptul că un număr natural este diferit de oricare alt număr natural.

Valoarea absolută a unui număr a = cel mai mare număr din perechea de numere $\{-a; a\}$.

Se notează cu $|a|$.

Vezi: modulul.

Valoarea absolută a numărului $-7{,}13$ este $7{,}13$, a numărului 5 este 5, a numărului $-\frac{1}{8}$ este $\frac{1}{8}$, iar a numărului $0{,}0(9)$ este $0{,}0(9)$.

absurd

Ilogic. Care contrazice gândirea logică

Reducere la absurd = mod de demonstrare a unei relații (propoziții) p constând în a presupune că non p este adevărată și de a deduce apoi că ar avea loc simultan o propoziție q și negația ei non q.

Fie d_1, d_2, d drepte în plan și $d_1 \parallel d_2$ (1).

p: dacă d intersectează pe $d_1 \Rightarrow d$ intersectează pe d_2.

Presupunem non p: d nu intersectează pe d_2, non $p \Rightarrow d \parallel d_2$ (2).

Din (1) și (2) $\Rightarrow d \parallel d_1$, concluzie contrară ipotezei „d intersectează pe d_1“.

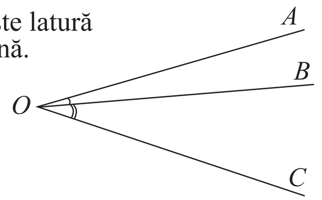
Așadar presupunerea non p este falsă, deci d intersectează pe d_2.

A

acolade
Pereche de semne grafice cu rol de paranteze
Acoladele se mai folosesc pentru a descrie o mulțime, prin enumerarea elementelor sale, sau pentru a prezenta partea zecimală a unui număr.
Vezi: mulțime, partea zecimală a unui număr, paranteze, ordinea operațiilor

adiacent
Care se înrudește și se învecinează
Unghiuri adiacente = unghiuri care au același vârf și sunt situate de o parte și de alta a unei laturi comune.

OB este latură comună.



$\sphericalangle AOB$ și $\sphericalangle BOC$ sunt *adiacente*.
$m(\sphericalangle AOB) + (\sphericalangle BOC) = m(\sphericalangle AOC)$

aditiv
În matematică, referitor la utilizarea semnului (+)
Situație aditivă = situație generată de:
- reuniunea într-un ansamblu;
- o adăugare;
- o avansare pe axa numerelor.

termen al adunării
$a + b = c$ ← suma
termen al adunării

adunarea numerelor reale
Operație fundamentală a aritmeticii, prin care unei perechi de numere (sau unei mulțimi de numere) i se asociază suma (totalul) acestora.
Consecință a unei situații aditive.
Expresiile-cheie care sugerează o adunare sunt: sumă, plus, adaug, mai mult, crește cu, total.
Este o operație de ordinul întâi.
Proprietățile operației de adunare
Pentru oricare $a, b, c \in \mathbb{R}$:
- asociativitate: $a + (b + c) = (a + b) + c$;
- comutativitate: $a + b = b + a$;
- adunarea îl are ca element neutru pe 0, deoarece pentru orice a avem $a + 0 = 0 + a = a$.

Proba adunării se face fie schimbând ordinea termenilor în adunare, fie utilizând operația inversă adunării: scăderea.

Dacă adunarea se face cu numere din mulțimea $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$, rezultatul adunării (suma) aparține aceleiași mulțimi $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, respectiv $\mathbb{R}$.

Sumă a două numere de același semn:
$(+5) + (+3) = (+8)$
$(-5) + (-3) = (-8)$
Sumă a două numere de semne diferite:
$(+7) + (-3) = (+4)$ $(7 > 3)$
$(+6) + (-9) = (-3)$ $(9 > 6)$
$(-8) + (+2) = (-6)$ $(8 > 2)$
$(-5) + (+12) = (+7)$ $(12 > 5)$
Caz particular: $(+7) + (-7) = 0$

algebră

Ramură a matematicii care se ocupă cu studiul operațiilor (algebrice) efectuate asupra elementelor diferitelor mulțimi

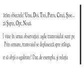
Algebra de gimnaziu se limitează la rezolvarea ecuațiilor, inecuațiilor și a sistemelor, la studiul proprietăților operațiilor cu numere, la cunoașterea proprietăților de divizibilitate ale numerelor naturale și întregi și la studiul funcțiilor liniare, în mulțimile $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}\setminus\mathbb{Q}$ și $\mathbb{R}$.

Originea cuvântului algebra este arabă. „El-djebr“ înseamnă *reparare*, *compensare*, cu referințe la anumite egalități care se refac prin adăugări sau scăderi corespunzătoare.
La sfârșitul secolului al XIX-lea, românii numeau admirativ algebra „măiestrie mare“.

algoritm

Procedeu compus din reguli precise, relative la executarea într-o ordine determinată a unui sistem de operații în vederea rezolvării tuturor problemelor de un tip determinat
Un algoritm este:

- general, în sensul că nu există problemă din clasa respectivă care să nu poată fi rezolvată prin acel algoritm;
- finit în spațiu (ca descriere) și în timp (ca execuție);
- realizabil, deoarece operațiile pe care le comportă sunt efectuabile cu mijloacele de calcul disponibile.



În general, un algoritm permite elaborarea unui program pe calculator care să rezolve problemele la care se referă.

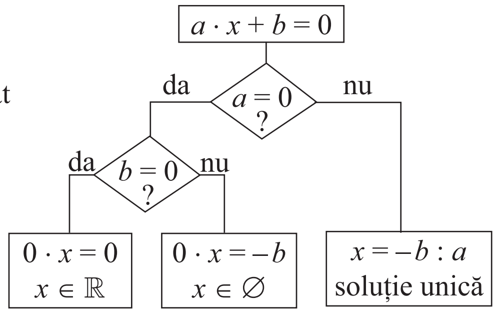
Exemple:

1) Algoritmul lui Euclid.
Vezi: Euclid.

2) Determinarea tuturor numerelor prime mai mici decât un număr dat.
Vezi: Eratostene, ciurul lui.

3) Algoritmul rezolvării ecuației $ax + b = 0$.

4) Algoritmul extragerii rădăcinii pătratice.
Vezi: Extragerea rădăcinii pătrate.



alterne

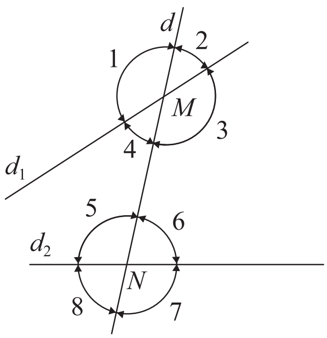
Denumirea acordată unor perechi de unghiuri formate de o parte și de alta a unei secante care taie două drepte

Unghiurile alterne *interne* sunt 3 cu 5 și 4 cu 6.

Unghiurile alterne *externe* sunt 2 cu 8 și 1 cu 7.

Teoremă: Dacă o pereche de unghiuri alterne interne sau alterne externe conține unghiuri congruente, atunci cele două drepte tăiate de secantă sunt paralele.

Teorema reciprocă: Dacă sunt date două drepte paralele, atunci unghiurile alterne interne (externe)



d – secanta dreptelor d_1 și d_2

care se formează cu o secantă sunt congruente două câte două. Teorema reciprocă este folosită ca metodă de a demonstra congruența a două unghiuri.

Vezi: unghiuri (congruența unghiurilor).

amplificare

Amplificarea unei fracții = înmulțirea atât a numărătorului, cât și a numitorului cu același factor, număr natural nenul. Rezultă o fracție echivalentă cu prima.

$$\frac{8}{9}=\frac{8\cdot 5}{9\cdot 5}=\frac{40}{45}$$

Intenția de a amplifica fracția $\frac{a}{b}$ cu $k \in \mathbb{N}$ se scrie ${}^{k)}\frac{a}{b}$

$${}^{7)}\frac{9}{4}=\frac{63}{28}$$

În general: ${}^{k)}\frac{a}{b}=\frac{ka}{kb}$, $b \neq 0$, $k \neq 0$, $a, b, k \in \mathbb{N}$.

Operația inversă amplificării se numește simplificare.

Vezi: fracții echivalente, simplificare.

Amplificarea unui raport = înmulțirea ambilor termeni ai raportului cu același număr real nenul.

Vezi: rapoarte echivalente.

$${}^{\sqrt{2})}\frac{7,3}{2\sqrt{2}}=\frac{7,3\cdot\sqrt{2}}{4}$$

Cel de-al doilea raport s-a obținut prin amplificarea primului cu $\sqrt{2}$.

amplitudine

Într-un set de date, diferența dintre cea mai mare și cea mică valoare

Exemplu:
Setul de date statistice
(4; 9; 6; 3; 1; 7; 3; 7; 7)
are *amplitudinea* $9 - 1 = 8$.

analiză matematică

Parte a matematicii care utilizează în mod sistematic conceptele fundamentale de „șir“, „serie“, „funcție“, „limită“, „continuitate“; permite studiul funcțiilor și al comportării lor în fiecare punct

Elementele de analiză matematică se studiază în clasele terminale de liceu.

aparține

Fie a un obiect, iar E o mulțime. Dacă obiectul a face parte din mulțimea E, spunem că a aparține mulțimii E și scriem $a \in E$.

$2,71 \in \mathbb{Q}$; $\sqrt{3} \in \mathbb{R}$; $-5 \in \mathbb{Z}$.

Relația de apartenență este fundamentală în descrierea unei mulțimi.

Dacă un element b nu aparține mulțimii E, scriem $b \notin E$.

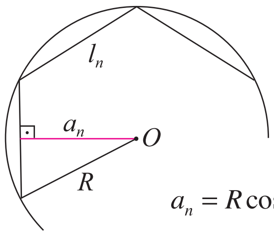
$5 \notin (-2; 5)$; $\pi \notin \mathbb{Q}$; $\frac{1}{5} \notin \mathbb{N}$.

Pentru orice obiect x avem una și numai una din eventualitățile $x \in E$ sau $x \notin E$.

apotemă

1. Într-un poligon regulat, numim apotemă segmentul dus din centrul poligonului perpendicular pe o latură
În particular:
- pentru triunghiul echilateral: $a_3 = \frac{R}{2}$;
- pentru pătrat: $a_4 = \frac{R\sqrt{2}}{2}$;
- pentru hexagon: $a_6 = \frac{R\sqrt{3}}{2}$,

unde R este raza cercului circumscris poligonului.



$$a_n = R\cos\frac{180°}{n}$$

2. Într-o piramidă regulată sau într-un trunchi de piramidă regulată, numim apotemă înălțimea unei fețe laterale.

$$a' = \sqrt{a^2 + h^2},$$

unde a este lungimea apotemei bazei sau diferența dintre lungimile apotemelor bazelor trunchiului, iar h înălțimea piramidei (trunchiului).

aproximare

Stabilirea unei valori apropiate de o anumită mărime căutată

M Metode de aproximare a numerelor scrise sub formă zecimală:

1. prin trunchiere
2. prin rotunjire

Vezi: trunchiere.

Vezi: rotunjire.

aproximație

Evaluare cu aproximare
Fie x_0 un număr real pozitiv.
Spunem că un număr real x este:

1. o valoare aproximativă a lui x_0, de aproximație ε, dacă
$x_0 \in (x - \varepsilon; x + \varepsilon)$;

2. o valoare aproximativă a lui x_0 prin lipsă, dacă
$x_0 \in (x; x + \varepsilon)$;

3. o valoare aproximativă a lui x_0 prin adaos (exces), dacă
$x_0 \in (x - \varepsilon; x)$.

Atunci când măsurăm o mărime, aflăm de fapt o valoare aproximativă a acelei mărimi. Aproximația depinde de precizia măsurătorii.

Valori aproximative ale fracției $\frac{10}{7}$.

prin lipsă	aproximație ε	prin adaos
1,4	de 0,1	1,5
1,42	de 0,01	1,43
1,428	de 0,001	1,429
1,485	de 0,0001	1,4286

3,141 este o aproximație prin lipsă a numărului π.
1,733 este o aproximație prin adaos a numărului $\sqrt{3}$.

ar

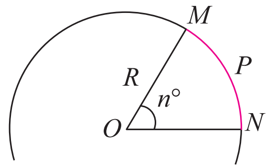
Unitate de măsură pentru suprafață; folosită mai ales în agricultură

1 ar = 1 dam^2 = 100 m^2

arc

În geometrie, porțiune dintr-o circumferință sau dintr-o linie curbă.

Arc de cerc = una dintre cele două părți ale unui cerc delimitată de două puncte de pe circumferință. Se notează cu $\overset{\frown}{MPN}$ sau cu arc(MPN). Corespunde unghiului la centru MON. Lungimea lui este $\ell_{\overset{\frown}{MPN}} = \dfrac{2\pi \cdot R \cdot n^\circ}{360^\circ}$.

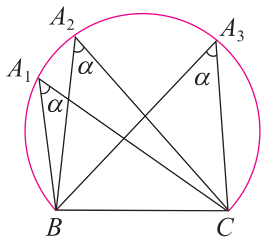


Avem $m(\overset{\frown}{MPN}) = m(\sphericalangle MON) = n^\circ$.

Vezi: congruență (a arcelor de cerc).

Arc capabil de un unghi cu măsura α = porțiunea dintr-o circumferință (arcul) între două puncte ale ei, de exemplu B și C, sub care segmentul BC „se vede“ sub același unghi cu măsura α.

Vezi: loc geometric.



Observație:

– Punctele B și C **nu** aparțin arcului capabil de un unghi dat.

Arhimede (287 – 212 î.Hr.)

Spirit de geniu, este considerat, alături de Newton și Gauss, unul dintre cei trei titani ai matematicii; a rămas legendar prin mașina sa de ridicat apă, prin principiul ce-i poartă numele, prin legea pârghiilor (legea de aur a mecanicii)

Lucrările sale în domeniul determinării ariilor figurilor plane și al ariilor și volumelor mărginite de suprafețe curbe devansează cu două milenii apariția calculului integral, descoperit de Newton și Leibnitz. În cadrul acestor lucrări a reușit să găsească o bună aproximație a numărului π și anume: $3\dfrac{10}{71} < \pi < 3\dfrac{1}{7}$.

Vezi: axiomă (Axioma lui Arhimede).

arie

Număr pozitiv asociat unei suprafețe ca măsură a ei

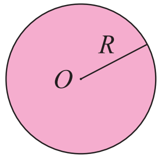
De obicei, ariile figurilor plane se notează cu $\mathscr{S}$, iar ariile suprafețelor corpurilor cu $\mathscr{A}$.

Unitățile de măsură convenționale ale ariei sunt *metrul pătrat*, multiplii și submultiplii lui.

Vezi: metru pătrat.

Aria discului de rază R este:

$$\mathscr{S} = \pi \cdot R^2.$$



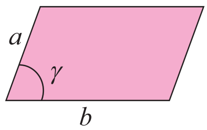
Aria laterală a unui corp

Vezi: laterală.

Aria paralelogramului de laturi a, b și γ unghiul dintre aceste laturi:

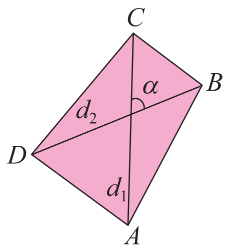
$$\mathscr{S} = a \cdot b \sin\gamma.$$

Vezi: paralelogram.



Aria patrulaterului convex cu diagonalele d_1, d_2 și α măsura unghiului dintre aceste laturi:

$$\mathscr{S} = \frac{d_1 \cdot d_2 \sin\alpha}{2}.$$



Aria poligonului regulat cu n laturi înscris în cercul de rază R, cu perimetrul p și apotema a_n:

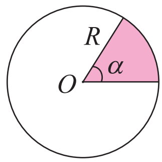
$$\mathscr{S}_n = \frac{p \cdot a_n}{2} = n \cdot R^2 \cdot \sin\frac{180^\circ}{n} \cos\frac{180^\circ}{n}.$$

Exemple:

$$\mathscr{S}_3 = \frac{3R^2 \cdot \sqrt{3}}{4}, \mathscr{S}_4 = 2R^2.$$

Aria sectorului de cerc (de disc) de unghi la centru α° este:

$$\mathscr{S} = \frac{\pi R^2 \alpha^\circ}{180^\circ}.$$



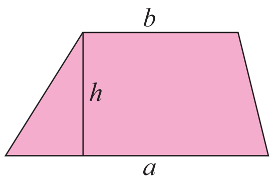
Aria totală a unui corp = suma ariilor fețelor corpului

Mărimea suprafeței care mărginește corpul.

Se notează de cele mai multe ori cu $\mathscr{A}_t$.

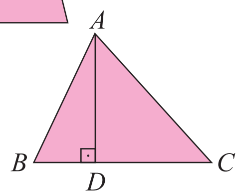
Aria trapezului de baze a, b și înălțime h:

$$\mathscr{S} = \frac{(a+b) \cdot h}{2}.$$



Aria triunghiului:

$$\mathscr{S}_{ABC} = \text{aria}(ABC) = \frac{BC \cdot AD}{2},$$



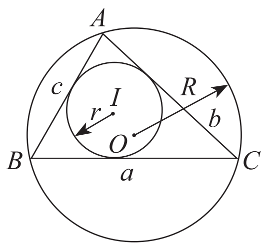
unde AD este înălțimea corespunzătoare laturii BC. Dacă notăm $AB = c$, $BC = a$, $CA = b$, r = raza cercului înscris în triunghiul ABC, R = raza cercului circumscris, iar p = semiperimetrul, avem formulele utile:

aria$(ABC) = 2R^2 \cdot \sin A \cdot \sin B \cdot \sin C$;

aria$(ABC) = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$;

aria$(ABC) = p \cdot r$; aria$(ABC) = \dfrac{ab \cdot \sin C}{2}$;

aria$(ABC) = \dfrac{abc}{4R}$; aria$(ABC) = \dfrac{a^2 \cdot \sin C \cdot \sin B}{2 \cdot \sin A}$.



aritmetică

Parte a matematicii, cea mai familiară omului, care studiază cele patru operații elementare (adunarea, scăderea, înmulțirea și împărțirea), divizibilitatea numerelor, ecuații cu numere întregi ș.a.

Cuvântul *aritmetică* desemnează, în general, știința practică a calculului (adică a operațiilor efectuate cu numere naturale și fracționare).

Medie aritmetică

Vezi: medie.

Operații aritmetice

Vezi: operații fundamentale ale aritmeticii.

„Matematica este regina științelor, aritmetica este regina matematicilor“.

K.F. Gauss

La baza aritmeticii stă faptul că operațiile de înmulțire și de adunare a numerelor naturale se bucură de cinci proprietăți fundamentale: comutativitatea adunării și a înmulțirii, asociativitatea adunării și a înmulțirii, distributivitatea înmulțirii față de adunare.

armonică

Medie armonică

Vezi: medie.

artificiu de calcul

Operațiile algebrice de adăugare și scădere a aceluiași termen sau grup de termeni cu scopul de a facilita factorizarea (descompunerea în factori) a unei expresii algebrice

Utilizarea artificiilor de calcul este un certificat de bună cunoaștere a calculului algebric.

Pentru descompunerea în factori a expresiei $x^2+x-\frac{3}{4}$ folosim artificiul:

$$x^2+x+\frac{1}{4}-\frac{3}{4}-\frac{1}{4}=$$

$$=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2-1=\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x+\frac{3}{2}\right).$$

ascuțit

Unghi ascuțit

Vezi: unghi.

asemănare

Corespondența între punctele a două figuri, astfel încât raportul lungimilor oricăror două segmente omoloage este constant; figurile se numesc asemenea

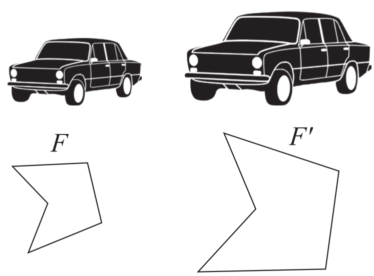
Pentru relația de asemănare se folosește semnul „~“.

Raport de asemănare = raportul lungimilor fiecărei perechi de segmente omoloage. Se notează de obicei prin k.

Relația de asemănare este o relație de echivalență.

Vezi: relația de echivalență.

Dacă raportul de asemănare a două figuri este $k=1$ se obține un caz particular al asemănării – congruența.



$F \sim F'$

Observație: Prin microscop sau utilizând zoomul unui aparat de fotografiat se văd imagini în care configurațiile geometrice sunt asemenea cu cele reale.